УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Отчет по лабораторной работе №5

по предмету «Численные методы»

Вариант 14

Выполнил:

Наривончик А.М.

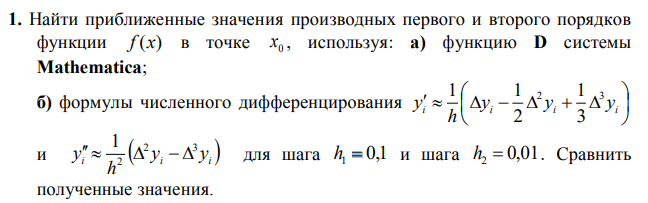
Гр. 351004

Проверил:

Степанова Т. С.

Минск 2024

**Численное дифференцирование и интегрирование**

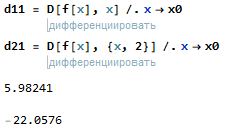




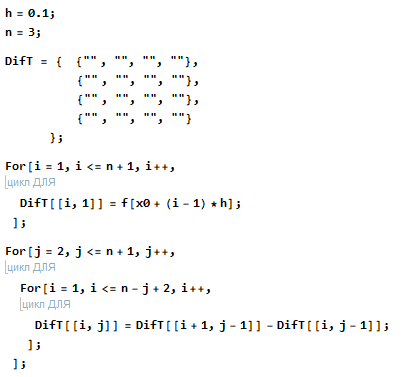
Зададим функцию f(x):

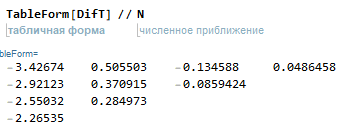


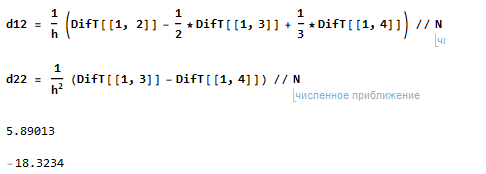
Вычислим значение



Зададим таблицу конечных разностей для h=0.1:

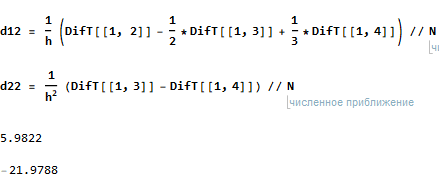




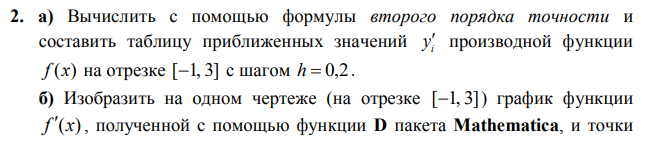


Зададим таблицу конечных разностей для h=0.01:





|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 производная | 2 производная |
| функция D[ ] | 5.98241 | -22.0576 |
| h = 0.1 | 5.89013 | -18.3234 |
| h = 0.01 | 5.9822 | -21.9788 |



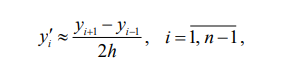




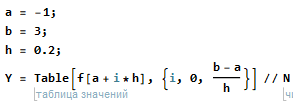
Зададим функцию f(x):



Формула для производных в точке i:



Построим таблицу значений функции на отрезке [-1, 3] с шагом 0.2:





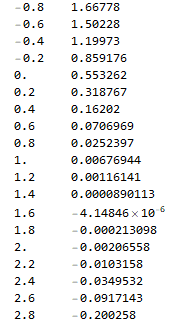
Найдем производную в каждой i-ой точке:





Построим таблицу значений производной в каждой i-ой точке:

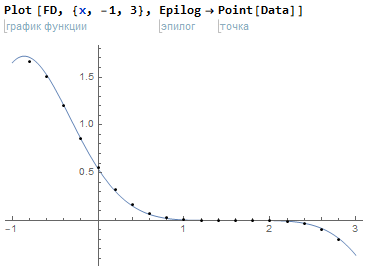


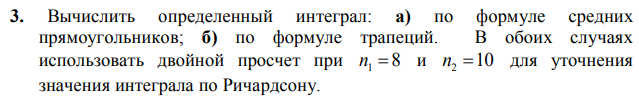


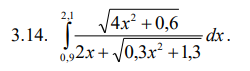
Вычислим производную функцию с помощью встроенной функции:



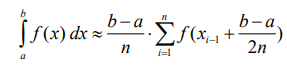
Построим график производной функции и отметим точки численного дифференцирования:







Формула средних прямоугольников для расчета интегралов:



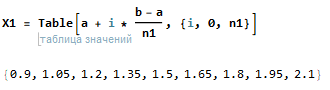
Зададим функцию:



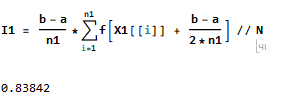
Зададим начальные параметры a, b, n:



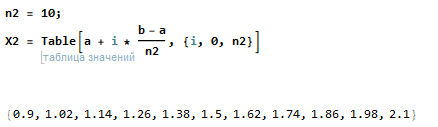
Зададим таблицу x-координат при n = 8:

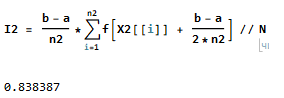


Вычислим интеграл I1:

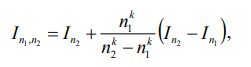


Аналогично для n=10:

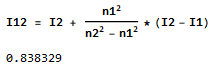




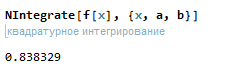
По формуле Ричардсона можно получить более точное значение интеграла. Сама формула Ричардсона:



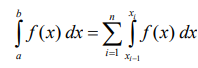
где для формул среднего прямоугольника k = 2;

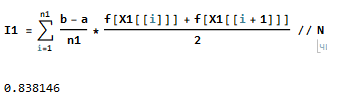


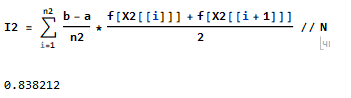
Встроенная функция **Integrate** дает результат:



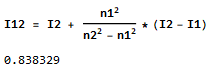
Вычислим интеграл по формуле трапеций:



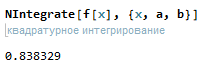


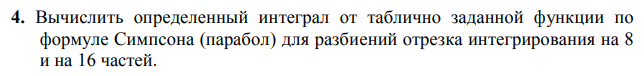


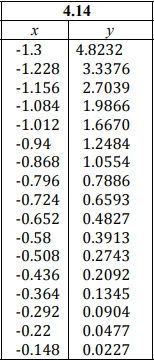
Уточним интеграл по формуле Ричардсона (k в этом случае также равно 2):



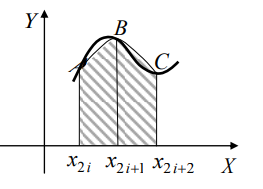
Результат, полученный встроенной функцией:

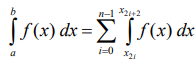






Общая формула Симпсона:





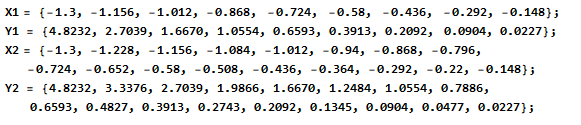


Отсюда:

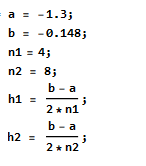
 



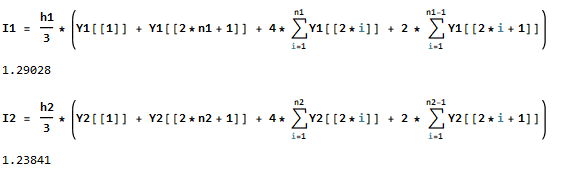
Зададим вектор координат X и Y для n1 = 4 и n2 = 8:

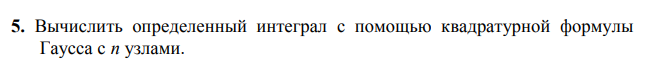


Зададим начальные параметры:



Вычислим интегралы:







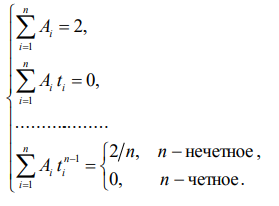
Квадратурная формула Гаусса для вычисления определенного интеграла от функции f (t) на отрезке [−1,1] имеет вид:



где Ai – квадратурные коэффициенты, ti – корни полинома Лежандра n-й степени:



Квадратурные коэффициенты Ai являются решением системы линейных уравнений:



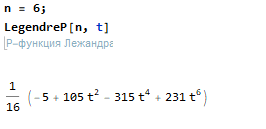
Для вычисления интеграла с помощью квадратурной формулы Гаусса нужно произвести замену переменной:



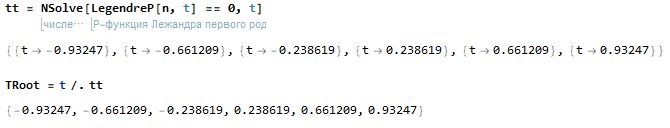
Итоговая формула:



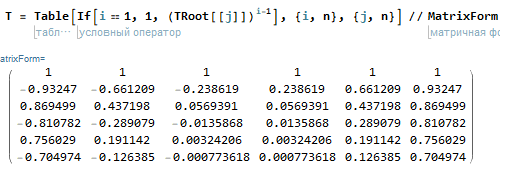
Построим полином Лежандра при n = 6:

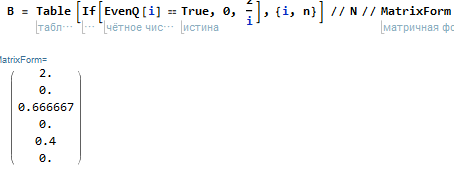


Найдем корни полинома:

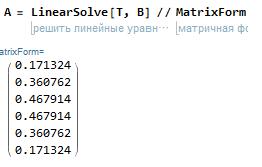


Зададим систему уравнений T\*A=B:

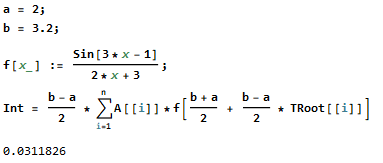




Найдем квадратурные коэффициенты:



Зададим функцию и вычислим интеграл:



Результат, полученный с помощью встроенной функции:

